

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 2

Miércoles 11 de mayo de 2016 (mañana)

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 14]

Se entrevistó a 180 personas y se les preguntó por el tipo de transporte que habían utilizado en el último año, dándoles a elegir entre avión (A), tren (T) y autobús (B). Los datos obtenidos se muestran a continuación.

47 habían viajado en avión
 68 habían viajado en tren
 122 habían viajado en autobús
 25 habían viajado en avión y en tren
 32 habían viajado en avión y en autobús
 35 habían viajado en tren y en autobús
 20 habían viajado en los tres tipos de transporte

- (a) Dibuje con precisión un diagrama de Venn que represente toda esta información. [4]
- (b) Halle el número de personas que, en el último año, han viajado
 - (i) únicamente en autobús;
 - (ii) en avión y también en autobús, pero no en tren;
 - (iii) al menos en dos tipos de transporte distintos;
 - (iv) en ninguno de esos tres tipos de transporte. [6]

Del grupo de personas entrevistadas se elige una persona al azar.

- (c) Halle la probabilidad de que esa persona, en el último año, haya utilizado un único tipo de transporte. [2]
- (d) Sabiendo que esa persona ha utilizado un único tipo de transporte en el último año, halle la probabilidad de que dicha persona haya viajado en avión. [2]

2. [Puntuación máxima: 15]

Prachi está de vacaciones en Estados Unidos. Está visitando el Gran Cañón.

Cuando llega a la parte más alta del cañón deja caer una moneda por un precipicio. La moneda, en su caída, recorre una distancia de 5 metros en el primer segundo, de 15 metros en el siguiente segundo, de 25 metros en el tercer segundo y sigue cayendo de esta manera. Estas distancias que la moneda va recorriendo en cada segundo forman una progresión aritmética.

- (a) (i) Escriba la diferencia común, d , de esta progresión aritmética. [2]
- (ii) Escriba la distancia que recorre la moneda en el cuarto segundo. [2]
- (b) Calcule la distancia que recorre la moneda en el segundo número 15. [2]
- (c) Calcule la distancia **total** que recorre la moneda en los 15 primeros segundos de caída. Dé la respuesta en kilómetros. [3]

Prachi deja caer la moneda desde una altura de 1800 metros sobre el suelo.

- (d) Calcule el tiempo, redondeando al número entero de segundos más próximo, que tardará la moneda en llegar al suelo. [3]

Prachi acude a una oficina de turismo cercana. Se inauguró a principios de 2015 y en el primer año tuvo ya 17 000 visitantes. Se espera que el número de personas que acuden a esta oficina de turismo vaya aumentando un 10% cada año.

- (e) Calcule cuántas personas se espera que acudan a la oficina de turismo en 2016. [2]
- (f) Calcule el número total de personas que se espera que hayan acudido a la oficina durante los 10 primeros años tras su inauguración. [3]

3. [Puntuación máxima: 11]

Una cámara de control de velocidad situada en la calle Peterson Road va registrando la velocidad de todos los vehículos que pasan por ahí. Se observa que estas velocidades siguen una distribución normal de media 67 km h^{-1} y desviación típica igual a $3,4 \text{ km h}^{-1}$.

- (a) Dibuje aproximadamente un diagrama de esta distribución normal y sombree la región que represente la probabilidad de que la velocidad de un vehículo que pasa por esa calle esté comprendida entre 60 y 70 km h^{-1} . [2]

Se escoge al azar uno de los vehículos que pasan por Peterson Road.

- (b) Halle la probabilidad de que la velocidad de este vehículo
- (i) sea mayor que 60 km h^{-1} ;
 - (ii) sea menor que 70 km h^{-1} ;
 - (iii) esté comprendida entre 60 y 70 km h^{-1} . [3]

Se observa que el 19% de los vehículos sobrepasan el límite de velocidad, que es de $s \text{ km h}^{-1}$.

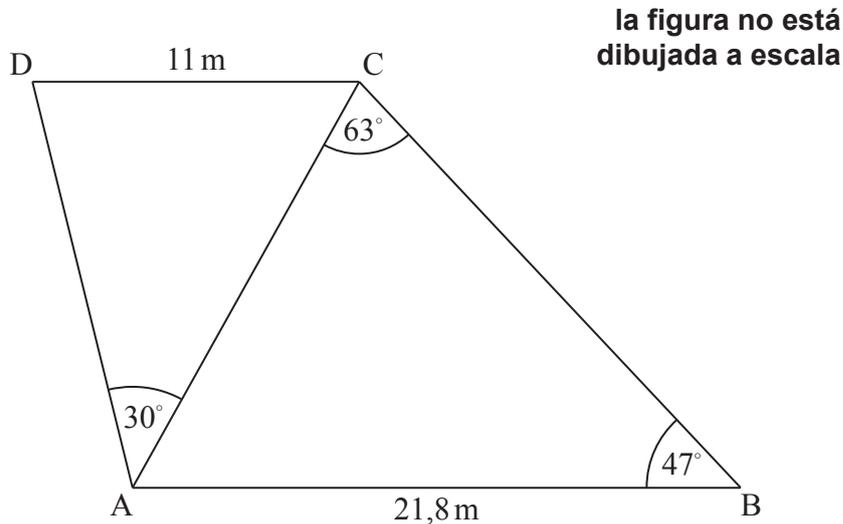
- (c) Halle el valor de s , redondeando al número entero más próximo. [2]

En Peterson Road ponen una multa de 65 dólares estadounidenses (USD) por sobrepasar el límite de velocidad. En un día concreto, el importe total de las multas que se han puesto ese día ha sido de USD14 820.

- (d) (i) Calcule el número de multas que se han puesto ese día.
- (ii) Estime el número total de vehículos que pasaron ese día por delante de la cámara de control de velocidad que hay en Peterson Road. [4]

4. [Puntuación máxima: 16]

Un parque infantil, al verlo desde arriba, tiene forma de un cuadrilátero, ABCD, donde $AB = 21,8\text{ m}$ y $CD = 11\text{ m}$. Se han medido tres de los ángulos internos: el ángulo $ABC = 47^\circ$, el ángulo $ACB = 63^\circ$ y el ángulo $CAD = 30^\circ$. Toda esta información aparece representada en la siguiente figura.



(a) Calcule la distancia AC. [3]

(b) Calcule el ángulo ADC. [3]

En C hay un árbol que es perpendicular al suelo. El ángulo de elevación que hay desde D hasta la copa del árbol es igual a 35° .

(c) Calcule la altura del árbol. [2]

Chavi estima que la altura del árbol es igual a 6 m.

(d) Calcule el porcentaje de error de la estimación de Chavi. [2]

Chavi celebra su cumpleaños con sus amigos en ese parque. Su madre trae una botella de 2 litros de zumo de naranja para que lo compartan entre todos. También trae vasos de plástico **con forma de cono**.

Cada vaso tiene una altura vertical de 10 cm y la parte de arriba del vaso tiene un diámetro de 6 cm.

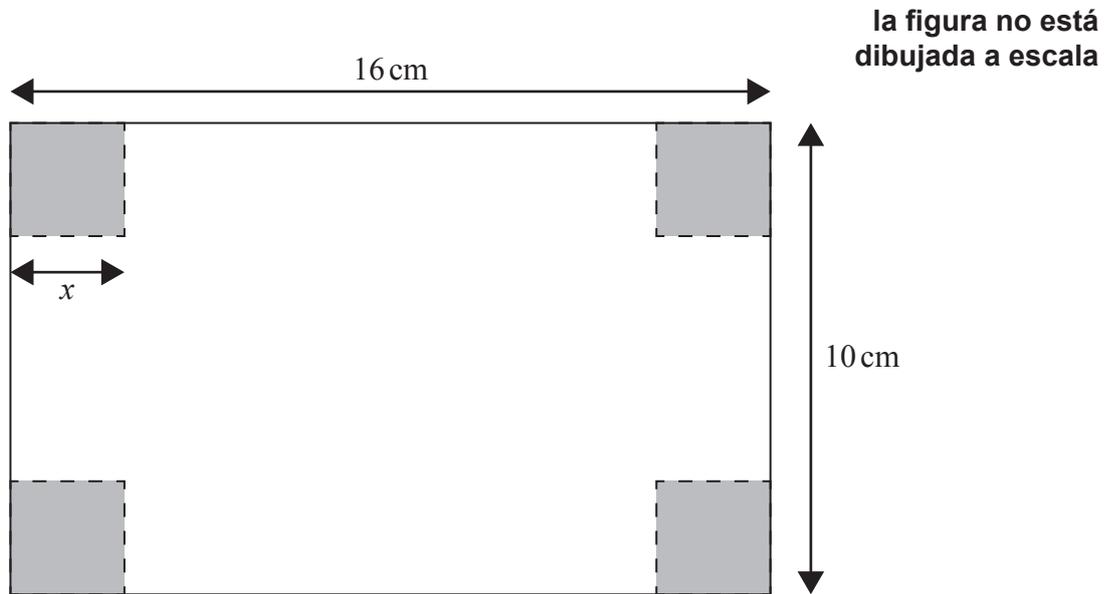
(e) Calcule el volumen de uno de esos vasos de plástico. [3]

(f) Calcule el número máximo de vasos que se pueden llenar completamente con esa botella de 2 litros de zumo de naranja. [3]

5. [Puntuación máxima: 19]

A Hugo le dan un trozo rectangular de cartulina fina de 16 cm por 10 cm. Decide utilizarlo para diseñar una bandeja.

De las esquinas recorta los cuadrados sombreados, que miden x cm de lado, tal y como se muestra en la siguiente figura.



Dobla lo que queda de cartulina para hacer una bandeja, como se muestra en la siguiente figura.



la figura no está dibujada a escala

- (a) Escriba, **en función de x** , la longitud y la anchura de la bandeja. [2]
- (b) (i) Indique si el valor de x puede ser igual a 5. Dé una razón que justifique su respuesta.
- (ii) Escriba el intervalo de posibles valores de x . [4]
- (c) Muestre que el volumen, $V \text{ cm}^3$, de esta bandeja viene dado por

$$V = 4x^3 - 52x^2 + 160x. \quad [2]$$

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 5: continuación)

- (d) Halle $\frac{dV}{dx}$. [3]
- (e) **Utilizando la respuesta al apartado (d)**, halle el valor de x que maximiza el volumen de la bandeja. [2]
- (f) Calcule el volumen máximo de la bandeja. [2]
- (g) Dibuje aproximadamente el gráfico de $V = 4x^3 - 52x^2 + 160x$, para esos posibles valores de x que halló en el apartado (b)(ii) y siendo $0 \leq V \leq 200$. Rotule claramente el punto máximo. [4]

6. [Puntuación máxima: 15]

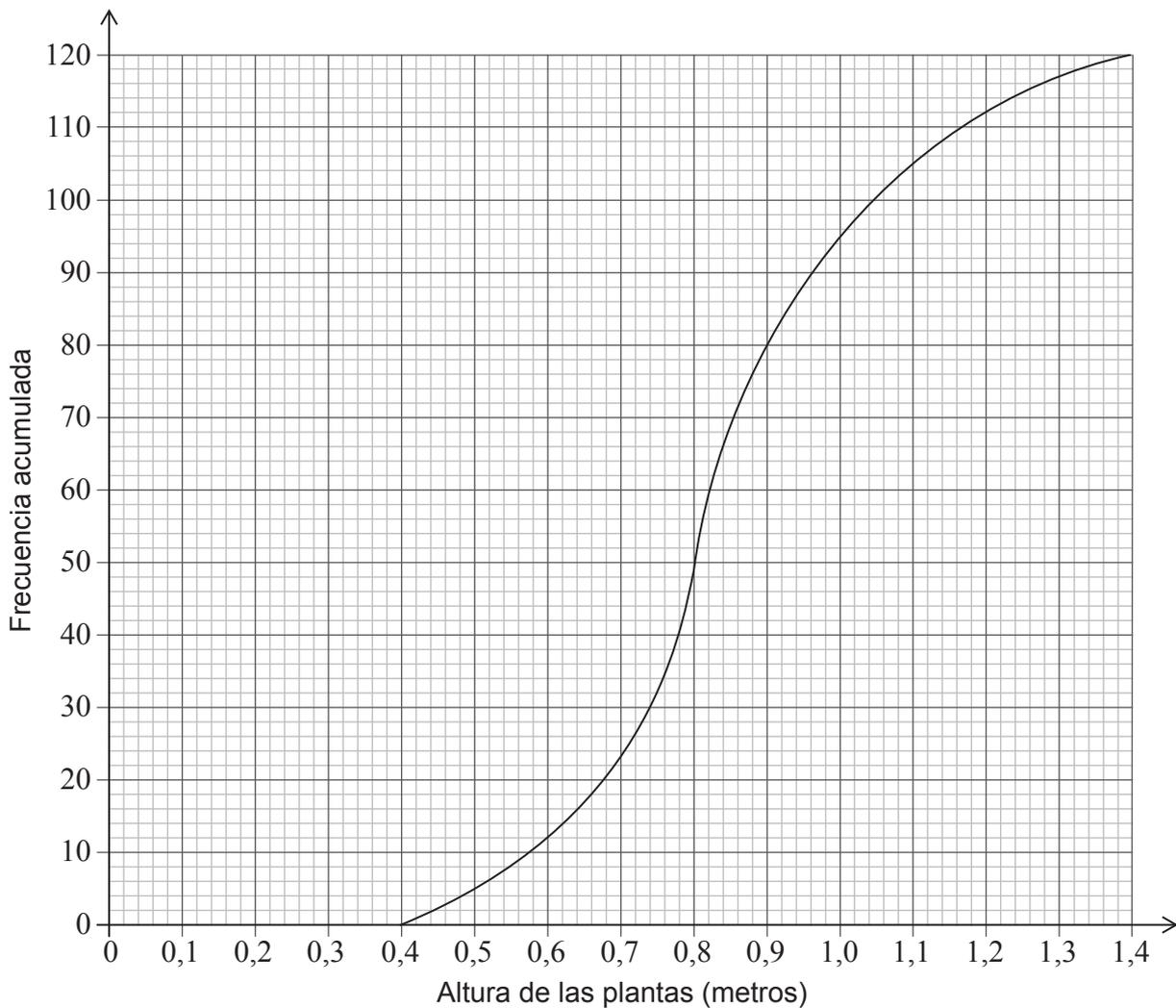
La siguiente tabla muestra el número de plantas que se han cultivado para un proyecto escolar y la altura (h , en metros) de dichas plantas.

Altura (h , en metros)	Frecuencia	Frecuencia acumulada
$0,40 \leq h < 0,60$	12	12
$0,60 \leq h < 0,80$	37	49
$0,80 \leq h < 1,00$	46	p
$1,00 \leq h < 1,20$	17	112
$1,20 \leq h < 1,40$	8	120

(a) Escriba el valor de p .

[1]

Esta información se muestra en la siguiente curva de frecuencias acumuladas.



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 6: continuación)

- (b) Utilice el gráfico para hallar la mediana de la altura de las plantas. [1]

Al finalizar el proyecto, el colegio regalará algunas de las plantas a una ONG local llamada Greentrust y otras las replantará en el jardín del colegio.

Todas las plantas que midan más de 1,14 metros de altura se replantarán en el jardín del colegio.

- (c) Utilice el gráfico para hallar el número de plantas que se replantarán en el jardín del colegio. [3]

El colegio regalará a Greentrust todas aquellas plantas cuya altura sea mayor que el primer cuartil y menor que el tercer cuartil.

- (d) Escriba el número de plantas que el colegio regalará a Greentrust. [1]

El rango de alturas de las plantas que el colegio ha regalado a Greentrust es $a \leq h \leq 0,96$.

- (e) Escriba el valor de a . [1]

La planta más baja mide 0,45 metros y la planta más alta mide 1,35 metros.

- (f) En un papel milimetrado dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes para estos datos, utilizando una escala de 1 cm para representar 0,1 metros. [4]

Greentrust ha recibido en total 180 plantas procedentes de todos los colegios de la ciudad y decide venderlas en un mercado. Greentrust paga 12 euros por un puesto en el mercado donde poder vender las plantas. Al finalizar la jornada Greentrust ha obtenido un beneficio de 420 euros.

- (g) Calcule el precio de venta de cada planta, en euros, sabiendo que se vendieron $\frac{3}{4}$ de las plantas que había y que todas ellas tenían el mismo precio de venta. [4]
-